第 36卷 增刊
2008年 9月
福州大学学报 (自然科学版)
Journal of Fuzhou University (Natural Science)
Vol. 36 Supp.
Sep. 2008

文章编号: 1000-2243(2008)S0-S101-04

非线性离散系统的 H_∞ PI模糊控制器设计

蔡碧贞, 林琼斌, 王 武, 杨富文

(福州大学电气工程与自动化学院, 福建 福州 350002)

摘要: 提出了一种非线性离散系统 H_∞ PI模糊控制器的设计方法. 将非线性系统用 T-S模糊动态模型表示, 通过并行分配补偿 (PDC)方法设计控制器, 利用线性矩阵不等式方法给出 PI控制器存在的充分条件. 所设计的控制器使得闭环系统渐近稳定并满足给定的 H_∞性能, 仿真算例说明了设计方法的有效性.

关键词: 非线性离散系统; T-S模糊模型; H_∞控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP13　　　文献标识码: A

H_∞ PI fuzzy controller design for nonlinear discrete-time systems

CAI Bi-zhen, LIN Qiong-bin, WANG Wu, YANG Fu-wen

(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350002, China)

Abstract: This paper deals with the problem of H_∞ PI fuzzy controller design for nonlinear discrete-time systems. Firstly, the nonlinear system can be represented by a fuzzy dynamic model; next, the parallel distributed compensation (PDC) method is used. A sufficient condition for existence of a H_∞ PI fuzzy controller, such that the closed-loop system is stable and guarantee a prescribed H_∞ performance is present via linear matrix inequalities (LMIs). A numerical example is provided to demonstrate the validity of the proposed design approach.

Keywords: nonlinear discrete-time system; T-S fuzzy model; H_∞ control; LMI

非线性系统控制过程的非线性使得控制对象的精确数学模型难以建立, 单一应用传统的控制理论和方法很难满足复杂控制系统的设计要求. 文献 [1]~[3]提出的 T-S模糊系统模型, 为解决非线性系统控制问题提供了新途径. 文献 [4]利用模糊 T-S模型对非线性系统的动态特性进行描述和建模, 通过并行分配补偿 (PDC)方法设计控制器, 即针对每个局部子系统模型分别设计控制器, 最终的控制器输出由所得到的局部控制器乘以局部规则权值的累加和构成. 本文通过采用模糊化方法给出非线性离散系统的局部线性表示, 通过 PDC方法设计局部控制器, 将 PI参数整定融入 T-S模糊推理规则中, 实现 H_∞ PI模糊控制器的设计.

1 问题描述

考虑如下一个非线性离散系统的状态方程:

$$x(k+1) = f(x(k), w(k), k) + \bar{B}_2 u(k) \tag{1}$$

其中: $x(k) \in R^n$, $u(k) \in R^m$, $w(k) \in R^b$ 分别表示系统状态、控制输入和扰动输入; $\bar{B}_2$ 为已知矩阵, 假设其列满秩; $f(\cdot)$是非线性函数, 采用 T-S模糊动态模型对非线性部分进行线性化近似, 即由 l条模糊 IF-THEN 规则表示. 假设第 i条模糊规则具有如下形式:

$$R_p^i:\ \text{if } v_1(k) \text{ is } M_1^i,\ v_2(k) \text{ is } M_2^1,\ \cdots,\ \text{and } v_n(k) \text{ is } M_n^i,\ \text{then}$$

$$x(k+1) = A_i x(k) + B_{1i} w(k) + \bar{B}_2 u(k) \tag{2}$$

收稿日期: 2008-06-13
作者简介: 蔡碧贞 (1982-), 女, 硕士研究生; 通讯联系人: 王 武, 副教授.
基金项目: 福建省自然科学基金资助项目 (A0510009, 2007J0018)

其中: R_p^i 表示模糊系统的第 i条规则, $i=1, 2, \cdots, l$; $M_j^i(j=1, 2, \cdots, n)$是模糊集合; l是规则个数; $v(k)=[v_1(k)\ v_2(k)\ \cdots\ v_n(k)]$为模糊对象的前件变量; (A_i, B_{1i})是第 i个子系统相应维数的已知常矩阵; $\mu_i(v(k))$表示 x属于 M^i的隶属度函数. 若直积运算采用求积法, 则 $\mu^i(v(k))=\prod_{j=1}^{n}\mu_j^i(v(k))$, 其中 $(\mu_j^i(v)k))$表示 $v(k)$属于 M_j^i的隶属度函数. 设 $v(k)=x(k)$, $x(k)=[x_1(k)\ x_2(k)\ \cdots\ x_n(k)]$为系统状态, 应用标准的模糊推理方法, 即通过对系统(2)进行单点模糊化、乘积推理以及加权平均解模糊方法得到系统的全局模糊状态方程, 并考虑系统(1)的测量方程和被控输出方程, 可得控制系统为:

$$\begin{cases} x(k+1)=\sum_{i=1}^{l}h_i(x(k))[A_ix(k)+B_{1i}w(k)]+\bar{B}_2u(k) \\ y(k)=Cx(k)+Dw(k) \\ z(k)=Lx(k)+Kw(k) \end{cases} \tag{3}$$

其中: $y(k)\in R^q$, $z(k)\in R^p$表示测量输出和被控输出; C, D, L, K为相应维数的已知常矩阵; $h_i(x)=\mu^i(x)/\sum_{j=1}^{l}\mu^j(x)$, 显然有 $0\leqslant h_i(x(k))\leqslant 1$, $\sum_{j=1}^{l}h_i(x(k))=1$.

以下对控制系统(3)设计模糊 PI控制器. 通过并行分配补偿(PDC)方法, 可设计相应的 l条模糊控制规则. 假设第 i条规则具有如下形式:

$$R_c^i:\ \text{if}\ v_1(k)\ \text{is}\ M_1^i,\ v_2(k)\ \text{is}\ M_2^i,\ \cdots,\ \text{and}\ v_n(k)\ \text{is}\ M_n^i,\ \text{then}$$

$$u(k)=F_1^iy(k)+F_2^i\sum_{m=0}^{k-1}y(m)\qquad(i=1, 2, \cdots, l) \tag{4}$$

对式(4)进行单点模糊化、乘积推理以及加权平均解模糊方法可得控制器全局模型为:

$$u(k)=\sum_{i=1}^{l}h_i(x(k))\left[F_1^iy(k)+F_2^i\sum_{m=0}^{k-1}y(m)\right] \tag{5}$$

令 $\bar{x}(k)=\left[x(k)\quad \sum_{m=0}^{k-1}y(m)\right]^{\mathrm{T}}$, $\bar{y}(k)=\left[y(k)\quad \sum_{m=0}^{k-1}y(m)\right]^{\mathrm{T}}$, 则控制器可转化为模糊静态输出反馈控制器的形式: $u(k)=\sum_{i=1}^{l}h_i(x(k))\bar{F}_i\bar{y}(k)$, 其中: $\bar{F}_i=[F_1^i\ F_2^i]$为所要设计的控制器参数. 由式(3)和式(5)得闭环系统:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1)=A_c\bar{x}(k)+B_cw(k) \\ z(k)=C_c\bar{x}(k)+D_cw(k) \end{cases} \tag{6}$$

其中:

$$A_c=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}h_i(x(k))h_j(x(k))A_{cij},\quad B_c=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}h_i(x(k))h_j(x(k))B_{cij}$$

$$C_c=\bar{L}=[L\quad 0],\ D_c=K,\ A_{cij}=\bar{A}_i+\bar{B}_2\bar{F}_j\bar{C}$$

$$B_{cij}=\bar{B}_{1i}+\bar{B}_2\bar{F}_j\bar{D},\ \bar{A}_i=\begin{bmatrix}A_i & 0\\ C & I\end{bmatrix},\ \bar{B}_2=\begin{bmatrix}B_2^{\mathrm{T}} & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ \bar{F}_j=\begin{bmatrix}F_1^j & F_2^j\end{bmatrix}$$

$$\bar{C}=\mathrm{diag}\{C, I\},\ \bar{B}_{1i}=\begin{bmatrix}B_{1i}^{\mathrm{T}} & D^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ \bar{D}=\begin{bmatrix}D^{\mathrm{T}} & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

有

$$0\leqslant h_j(x(k))\leqslant 1,\ \sum_{i=1}^{l}h_j(x(k))=1,\ 0\leqslant h_u(x(k))\leqslant 1,\ \sum_{u=1}^{l}h_u(x(k))=1$$

本文要研究的问题是给定标量 $\gamma>0$, 确定 PI控制器参数, 使得闭环系统(6)渐近稳定且从外部扰动 $w(k)$到被控输出 $z(k)$的传递函数 $H(z)$满足 $\|H(z)\|_\infty<\gamma$.

2 主要结果

引理 1[5] 给定标量 $\gamma>0$, 系统(6)渐近稳定且满足 $\|H(z)\|_\infty<\gamma$的充要条件是存在正定对称阵 P, 满足

$$\begin{bmatrix} -P & PA_c & PB_c & 0 \\ * & -P & 0 & C^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\gamma^2 I & D_c^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{7}$$

引理 **2**[5]　对列满秩矩阵 $B_2 \in \mathscr{R}^{n*m}$，存在正交阵 U，$V \in \mathscr{R}^{n*m}$，可对 $\bar{B}_2$ 进行如下分解

$$\bar{B}_2 = U[S \quad 0]^{\mathrm{T}} V^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

其中：$S = \mathrm{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_m\}$. 存在正定对称阵 $P \in \mathscr{R}^{n*n}$，非奇异阵 $Z \in \mathscr{R}^{m*m}$，使得 $PB_2 = B_2 Z$ 有解的充要条件是 $P = U \cdot \mathrm{diag}\{P_{11}, P_{22}\} \cdot U^{\mathrm{T}}$，其中 $P_{11} \in \mathscr{R}^{m*m}$，$P_{22} \in \mathscr{R}^{(n-m)*(n-m)}$.

定理 **1**　假设矩阵 $\bar{B}_2 \in \mathscr{R}^{n*m}$ 列满秩，对于系统(3)和给定常数 $\gamma > 0$，存在模糊PI控制器(5)，使得闭环系统(6)渐近稳定且 $\|H(z)\|_\infty < \gamma$ 的充分条件是存在矩阵 M_j，正定对称阵 P，使得

$$\begin{bmatrix} -P & PA_i + B_2 M_j C & PB_{1i} + B_2 M_j D & 0 \\ * & -P & 0 & L^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\gamma^2 I & K^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \qquad (i, j = 1, 2, \cdots, l) \tag{9}$$

成立，其中：$P = U \cdot \mathrm{diag}\{P_{11}, P_{22}\} \cdot U^{\mathrm{T}}$，$U$ 可由矩阵 $\bar{B}_2$ 通过式(8)分解得到. 式中"$*$"代表对称转置. 若式(9)有解，那么控制器参数为：

$$\bar{F}_j = V^{-\mathrm{T}} S^{-1} P_{11}^{-1} S V^{\mathrm{T}} M_j \tag{10}$$

3　仿真示例

考虑如下非线性对象：

$$\begin{cases} x_1(k+1) = 0.05x_1(k) - 0.02x_1(k)\sin x_1(k) + 0.2x_2(k) + (0.5\sin x_1(k) - 1)w_1(k) - u(k) \\ x_2(k+1) = 0.1x_1(k) + 0.6x_2(k) + 1.2\sin x_1(k) w_1(k) + (0.5 - 3.5\sin x_1(k))w_2(k) \\ y_1(k) = 0.8x_1(k) + x_2(k) - 0.8w_2(k) \\ y_2(k) = 0.1w_2(k) \\ z(k) = -0.8x_1(k) + x_2(k) - 0.08w_2(k) \end{cases} \tag{11}$$

取隶属度函数为：$h_1 = \sin(x(k))$，$h_2 = 1 - h_1 = 1 - \sin(x(k))$，则非线性系统(11)可用T－S模糊模型近似表示，形如式(3)，相应各矩阵参数为：

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.2 \\ 0.1 & 0.6 \end{bmatrix},\ B_{11} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 1.2 & -3 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.2 \\ 0.1 & 0.6 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 0.8 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0 & -0.8 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$B_{12} = \mathrm{diag}\{-1, 0.5\},\ B_{21} = [-1 \quad 0]^{\mathrm{T}},\ B_{22} = [-1 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

由式(9)和式(10)可得模糊PI控制器参数为：

$$\bar{F}_1 = [0.1857 \quad 2.1476 \quad 0 \quad -0.0021],\ \bar{F}_2 = [0.2003 \quad 1.6088 \quad 0 \quad -0.0002]$$

设闭环系统初始条件为 $x(0) = [0.5 \quad -0.2]^{\mathrm{T}}$，图1为受扰系统状态响应曲线.

4　结语

针对非线性离散系统设计 H_∞ PI模糊控制器，将PI参数整定经验融入TS模糊推理规则中，通过并行分配补偿(PDC)方法设计局部控制器，进而设计全局控制器. 并利用线性矩阵不等式方法给出了控制器存在的充分条件. 仿真结果证明其有效性与可行性.

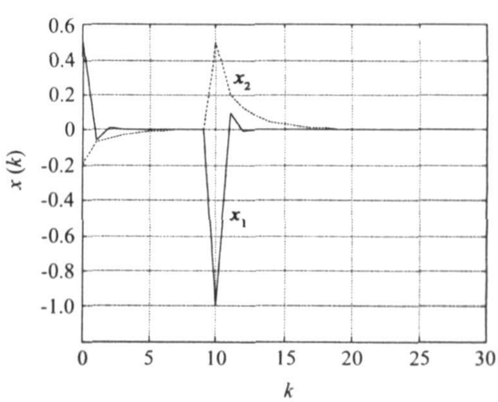

图1　闭环系统受扰时的状态响应曲线

Fig. 1　The state response of the closed-loop system with disturbance

参考文献:

[1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control[J]. IEEE Trans Syst Man Cybern, 1985, 15(1) : 116- 132.

[2] Tsay D, Ehang H, Lee C. The adaptive control of nonlinear systems using the sugeno- type of fuzzy logic[J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 1999, 7(2): 225- 229.

[3] Wang H O, Tanaka K, Griffin M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems stability and design issue[J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 1996, 4(1): 14- 23.

[4] 张 宁, 冯 刚. 模糊动态系统的 H_∞ 输出反馈控制设计——应用线性矩阵不等式的算法[J]. 自动化学报, 2001, 27(4): 495- 509.

[5] Wang W, Yang F. Observer- based non- fragile H_∞ control for linear systems[J]. Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems- Series B, 2005(Special Issue): 102- 106.

(责任编辑: 杨 青)