文章编号: 1000-2243(2008)S0-S093-04

传感器故障下的鲁棒可靠 H_∞ 滤波

赵丽霞[1,2], 崔福军[1], 蔡逢煌[1], 王 武[1]

(1. 福州大学电气工程与自动化学院, 福建 福州 350108; 2. 漳州师范学院物理电子与信息工程系, 福建 漳州 363000)

摘要: 讨论了传感器故障状态下的时变时滞离散系统的可靠 H_∞ 滤波问题. 采用了一种通用且更实用的传感器故障模型描述传感器故障, 基于线性矩阵不等式方法设计可靠滤波器. 所设计的滤波器不仅在系统运行良好条件下, 而且对于所有容许的传感器故障, 滤波误差系统是渐近稳定并具有给定的 H_∞ 性能指标. 最后以一个数值例子说明了所给方法的有效性.

关键词: 可靠滤波; 传感器故障; H_∞ 滤波; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP13　　文献标识码: A

Robust reliable H_∞ filtering in the presence of sensor failure

ZHAO Li-xia[1,2], CUI Fu-jun[1], CAI Feng-huang[1], WANG Wu[1]

(1. College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China; 2. Department of Physical Electronics and Information Engineering, Zhangzhou Normal University, Zhangzhou, Fujian 363000, China)

Abstract: The reliable H_∞ filtering problem for time-varying delayed discrete-time systems is proposed for the case of a simultaneous presence of sensor failures. A more practical general mode of sensor is presented to investigate sensor failures. Based on a linear matrix inequality (LMI) technique, a reliable filter is designed, such that, in normal and fault cases of sensor, the filtering error system is asymptotically stable and has an H_∞ disturbance attenuation bound. A numerical example is presented to demonstrate the effectiveness of the proposed approaches.

Keywords: reliable filtering; sensor failure; H_∞ filtering; LMI

在噪声输入为能量有界的信号, 以及系统存在不确定(如量化误差, 无模型动态等造成)的情况下, H_∞ 滤波具有比其他滤波方法具有更强的鲁棒性. H_∞ 滤波器的设计目标是在最坏的 H_∞ 性能条件下保证从噪声到估计误差的影响最小[1]. 通常在滤波器设计时总是假设传感器无故障, 即测量信号能够完全获得. 然而, 实际工作中传感器故障是经常发生的, 那么滤波性能就会降低, 甚至稳定性破坏[2,3]. 类似于通常所说的可靠控制器或容错控制器[4,5], 如果滤波器能够容忍传感器故障称为可靠滤波器. 目前, 对可靠滤波器的研究已经引起国内外学者的兴趣[2,3]. 文[2]运用 LMI和迭代 LMI方法研究了可靠保误差方差滤波器问题. 文[3]采用 LMI和自适应方法相结合, 成功解决了自适应可靠 H_∞ 滤波问题. 这些研究成果主要针对连续系统. 本研究讨论了离散时变时滞系统在传感器故障情况下的可靠 H_∞ 滤波问题, 运用文[3-5]描述故障模型的方法来描述滤波器故障, 该类故障模型包括完全故障情况和部分故障情况, 并提出一种时滞依赖的可靠 H_∞ 滤波器设计方法。

1 问题描述

考虑如下离散系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + A_d x(k-d(k)) + B_1 w(k) \\ y(k) = Cx(k) + C_d x(k-d(k)) + B_2 w(k) \\ z(k) = Tx(k) \end{cases} \tag{1}$$

收稿日期: 2008-06-13
作者简介: 赵丽霞(1976-), 女, 硕士研究生; 通讯联系人: 王 武, 副教授.
基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(A0510009)

其中: $x(k) \in R^n$ 为系统状态; $w(k) \in R^r$ 为外部扰动信号, 属于 $l_2[0, \infty)$; $z(k) \in R^l$ 是要估计的信号; $y \in R^r$ 是测量输出; 系统矩阵 A, A_d, B_1, B_2, C, C_d 和 T 为均为不确定矩阵, 假设可以表达为若干个顶点矩阵的凸组合, 即

$$M = (A, A_d, B_1, C, C_d, B_2, T) \in \Omega \tag{2}$$

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (A, A_d, B_1, C, C_d, B_2, T) \mid (A, A_d, B_1, C, C_d, B_2, T) \\ = \sum_{i=1}^{s} \tau_i (A_i, A_{di}, B_{1i}, C_i, C_{di}, B_{2i}, T_i), \ \tau_i \geqslant 0, \ \sum_{i=1}^{s} \tau_i = 1 \end{array} \right\} \tag{3}$$

$d(k)$ 为未知但有界的标量函数, 表示系统中存在的时变状态滞后, 并满足如下形式:

$$d_m \leqslant d(k) \leqslant d_M \tag{4}$$

为研究可靠控制问题, 介绍下面的传感器故障模型[3-5]:

$$y_{ij}^F(k) = (1 - \rho_i^j) y_i(k) \qquad (0 \leqslant \underline{\rho}_i^j \leqslant \rho_i^j \leqslant \overline{\rho}_i^j, \ i = 1, \cdots, m; \ j = 1, \cdots, L) \tag{5}$$

其中: ρ_i^j 是个未知实数; j 代表第 j 个传感器故障模型; L 代表总的传感器故障模型数; $y_{ij}^F(k)$ 表示从第 i 个传感器传过来的信号在第 j 个传感器故障模型发生故障; $\underline{\rho}_i^j$, $\overline{\rho}_i^j$ 分别为 ρ_i^j 的上界和下界, 当 $\underline{\rho}_i^j = \overline{\rho}_i^j = 0$ 时, 表示第 i 个传感器 y_i 在第 j 个传感器故障模型没有发生故障; 当 $\underline{\rho}_i^j = \overline{\rho}_i^j = 1$ 时, 表示第 i 个传感器 y_i 在第 j 个传感器故障模型完全失效; 当 $0 \leqslant \underline{\rho}_i^j \leqslant \overline{\rho}_i^j \leqslant 1$ 时, 表示第 i 个传感器 y_i 在第 j 个传感器故障模型部分发生故障.

定义:

$$y_j^F(k) = \left[y_{1j}^F(k), \ y_{2j}^F(k), \ \cdots, \ y_{mj}^F(k) \right]^{\mathrm{T}} = (1 - \rho^j) y(k) \tag{6}$$

其中: $\rho^j = \mathrm{diag}\left[\rho_1^j, \ \rho_2^j, \ \cdots, \ \rho_m^j \right]$, $j = 1, \cdots, L$ 为了研究方便, 对于所有可能的传感器故障模型 L, 采用通用且更实际的传感器故障模型:

$$y^F(k) = (I - \rho) y(k), \ \rho \in \{\rho^1, \ \cdots, \ \rho^L\}, \ \rho = \mathrm{diag}[\rho_1, \ \rho_2, \ \cdots, \ \rho_m] \tag{7}$$

对系统(1)、(7)设计如下形式的 k 阶滤波器:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A_F \hat{x}(k) + B_F y^F(k) \\ \hat{z}(k) = C_F \hat{x}(k) + D_F y^F(k) \end{cases} \tag{8}$$

其中: $\hat{x}(k) \in R^k$ 为状态估计; A_F, B_F, C_F, D_F 是要设计的滤波器参数. 当 $k = n$ 时, 设计的滤波器是全阶滤波器; 当 $1 \leqslant k \leqslant n$ 时, 是降阶滤波器.

定义增广状态和滤波误差分别为:

$$x_{cl}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{bmatrix}, \quad e(k) = z(k) - \hat{z}(k) \tag{9}$$

那么滤波误差系统为:

$$\begin{cases} x_{cl}(k+1) = A_{cl} x_{cl}(k) + A_{dcl} x_{cl}(k - d(k)) + B_{cl} w(k) \\ e(k) = C_{cl} x_{cl}(k) + C_{dcl} x_{cl}(k - d(k)) + D_{cl} w(k) \end{cases} \tag{10}$$

其中:

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_F(I - \rho)C & A_F \end{bmatrix}, \ A_{dcl} = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ B_F(I - \rho)C_d & 0 \end{bmatrix}, \ B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_F(I - \rho)B_2 \end{bmatrix}$$

$$C_{cl} = \left[T - D_F(I - \rho)C \quad -C_F \right], \ C_{dcl} = \left[-D_F(I - \rho)C_d \quad 0 \right], \ D_{cl} = -D_F(I - \rho)B_2$$

本研究的目标是设计滤波器(8), 对于所有容许的传感器故障(7), 使得

1) 在外部扰动 $w(k) = 0$ 情况下, 滤波误差系统(10)是渐近稳定的;

2) 在零初始条件下, 滤波误差系统(10)具有 H_∞ 性能 γ ($\gamma > 0$), 即:

$$\| e(k) \|^2 \leqslant \gamma^2 \| w(k) \|^2, \ \forall w(k) \neq 0 \tag{11}$$

2 主要结果

定理 1 给定常数 $\gamma > 0$，滤波误差系统(10)是渐近稳定且具有给定的 H_∞ 性能 γ 的充分条件是存在正定矩阵 P_i，Q_i 和矩阵 G 满足

$$\begin{bmatrix} -P_i+\bar{d}Q_i & 0 & 0 & C_{cli}^{\mathrm T} & A_{cli}^{\mathrm T}G \\ 0 & -Q_i & 0 & C_{dcli}^{\mathrm T} & A_{dcli}^{\mathrm T}G \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & D_{cli}^{\mathrm T} & B_{cli}^{\mathrm T}G \\ C_{cli} & C_{dcli} & D_{cli} & -I & 0 \\ G^{\mathrm T}A_{cli} & G^{\mathrm T}A_{dcli} & G^{\mathrm T}B_{cli} & 0 & P_i-G-G^{\mathrm T} \end{bmatrix} < 0 \tag{12}$$

其中：A_{cli}，A_{dcli}，B_{cli}，C_{cli}，C_{dcli}，D_{cli} 为系统顶点矩阵，可以由系统(1)的顶点矩阵和滤波器矩阵求出。

定理 2 给定 $\gamma > 0$，滤波误差系统(10)渐近稳定且具有给定的 H_∞ 性能的充分条件是如果存在正定对称阵 P_i 和 Q_i，矩阵 G 和 Θ，满足：

$$\begin{bmatrix} \Pi_1+\Pi_2^{\mathrm T}\Theta+\Theta^{\mathrm T}\Pi_2 & -\Theta^{\mathrm T}+\Pi_2^{\mathrm T}G \\ -\Theta+G^{\mathrm T}\Pi_2 & P_i-G-G^{\mathrm T} \end{bmatrix} < 0 \qquad (i=1,\cdots,s) \tag{13}$$

其中：

$$\Pi_1=\begin{bmatrix} -P_i+\bar{d}Q_i & 0 & 0 & C_{cli}^{\mathrm T} \\ 0 & -Q_i & 0 & C_{dcli}^{\mathrm T} \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & D_{cli}^{\mathrm T} \\ C_{cli} & C_{dcli} & D_{cli} & -I \end{bmatrix},\quad \Pi_2=[A_{cli}\quad A_{dcli}\quad B_{cli}\quad 0]$$

$\Theta=[NG\quad 0\quad 0\quad 0]$，$N=\begin{bmatrix} \lambda_1 I & 0 \\ 0 & \lambda_2 I \end{bmatrix}$，$\lambda_1$，$\lambda_2$ 为任意实数，N 是对 Θ 的一些限定。

定理 3 给定 $\gamma > 0$，如果存在任意实数 λ_1，λ_2 和矩阵 $P_{1i}=P_{1i}^{\mathrm T}>0$，$P_{2i}$，$P_{3i}=P_{3i}^{\mathrm T}>0$，$Q_{1i}=Q_{1i}^{\mathrm T}>0$，$Q_{2i}$，$Q_{3i}=Q_{3i}^{\mathrm T}>0$，$i=1,\cdots,s$，$V_1$，$V_2$，$V_3$，$\hat{A}_F$，$\hat{B}_F$，$\hat{C}_F$，$D_F$，满足式(14)，其中 $E=\begin{bmatrix} I_{k\times k} \\ 0_{(n-k)\times k} \end{bmatrix}$，那么滤波误差系统(10)渐近稳定且具有给定的 H_∞ 性能。

$$\begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 & 0 & \Pi_4 & \Pi_5 & \Pi_6 & \Pi_7 \\ * & \Pi_8 & \Pi_9 & 0 & \Pi_{10} & \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} \\ * & * & -\bar{d}Q_{1i} & -\bar{d}Q_{2i} & 0 & \Pi_{14} & \Pi_{15} & \Pi_{16} \\ * & * & * & -\bar{d}Q_{3i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & \Pi_{17} & \Pi_{18} & \Pi_{19} \\ * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & P_{1i}-V_1-V_1^{\mathrm T} & P_{2i}-EV_2-V_3 \\ * & * & * & * & * & * & * & P_{3i}-V_2-V_2^{\mathrm T} \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

其中：

$$\Pi_1=\bar{d}Q_{1i}-P_{1i}+\lambda_1 V_1^{\mathrm T}A_i+\lambda_1 A_i^{\mathrm T}V_1+\lambda_2 E\hat{B}_F(I-\rho)C_i+\lambda_2 C_i^{\mathrm T}(I-\rho)^{\mathrm T}\hat{B}_F^{\mathrm T}E^{\mathrm T}$$

$$\Pi_2=\bar{d}Q_{2i}-P_{2i}+\lambda_1 A_i^{\mathrm T}V_3+\lambda_2 E\hat{A}_F+\lambda_2 C_i^{\mathrm T}(I-\rho)^{\mathrm T}\hat{B}_F^{\mathrm T}$$

$$\Pi_3=\lambda_1 V_1^{\mathrm T}A_{di}+\lambda_2 E\hat{B}_F(I-\rho)C_{di},\quad \Pi_4=\lambda_1 V_1^{\mathrm T}B_{1i}+\lambda_2 E\hat{B}_F(I-\rho)B_{2i}$$

$$\Pi_5=T_i^{\mathrm T}-C_i^{\mathrm T}(I-\rho)^{\mathrm T}D_F^{\mathrm T},\quad \Pi_6=-\lambda_1 V_1^{\mathrm T}+A_i^{\mathrm T}V_1+C_i^{\mathrm T}(I-\rho)^{\mathrm T}\hat{B}_F^{\mathrm T}E^{\mathrm T}$$

$$\Pi_7=-\lambda_2 EV_2+A_i^{\mathrm T}V_3+C_i^{\mathrm T}(I-\rho)^{\mathrm T}\hat{B}_F^{\mathrm T},\quad \Pi_8=\bar{d}Q_{3i}-P_{3i}+\lambda_2\hat{A}_F+\lambda_2\hat{A}_F^{\mathrm T}$$

$$\Pi_9 = \lambda_1 V_3^{\mathrm{T}} A_{di} + \lambda_2 \hat{B}_F (I - \rho) C_{di},\quad \Pi_{10} = \lambda_1 V_3^{\mathrm{T}} B_{1i} + \lambda_2 \hat{B}_F (I - \rho) B_{2i}$$

$$\Pi_{11} = -\hat{C}_F^{\mathrm{T}},\quad \Pi_{12} = -\lambda_1 V_3^{\mathrm{T}} + \hat{A}_F^{\mathrm{T}} E^{\mathrm{T}},\quad \Pi_{13} = -\lambda_2 V_2 + \hat{A}_F^{\mathrm{T}}$$

$$\Pi_{14} = -B_{di}^{\mathrm{T}} (I - \rho)^{\mathrm{T}} D_F^{\mathrm{T}},\quad \Pi_{15} = A_{di}^{\mathrm{T}} V_1 + C_{di}^{\mathrm{T}} (I - \rho)^{\mathrm{T}} \hat{B}_F^{\mathrm{T}} E^{\mathrm{T}},\quad \Pi_{16} = A_{di}^{\mathrm{T}} V_3 + C_{di}^{\mathrm{T}} (I - \rho)^{\mathrm{T}} \hat{B}_F^{\mathrm{T}}$$

$$\Pi_{17} = -B_{2i}^{\mathrm{T}} (I - \rho)^{\mathrm{T}} D_F^{\mathrm{T}},\quad \Pi_{18} = B_{1i}^{\mathrm{T}} V_1 + B_{2i}^{\mathrm{T}} (I - \rho)^{\mathrm{T}} \hat{B}_F^{\mathrm{T}} E^{\mathrm{T}},\quad \Pi_{19} = B_{1i}^{\mathrm{T}} V_3 + B_{2i}^{\mathrm{T}} (I - \rho)^{\mathrm{T}} \hat{B}_F^{\mathrm{T}}$$

如果式(14)有解, 那么滤波器的参数可取为:

$$A_F = V_2^{-1} \hat{A}_F,\quad B_F = V_2^{-1} \hat{B}_F,\quad C_F = \hat{C}_F,\quad D_F = D_F \tag{15}$$

3 仿真例子

系统的参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0.07+\rho & 0.5 & 0.1 \\ -0.6 & 0.7 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix},\quad A_d = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix},\quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 1.5 \\ 0 \end{bmatrix},\quad C = \begin{bmatrix} 3.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\quad B_2 = \begin{bmatrix} 1.75 \\ 0.2 \end{bmatrix},\quad T = \begin{bmatrix} 0.81 & 0 & 0.22 \\ 0.51 & 0 & 1.18 \end{bmatrix},\quad \lambda_1 = 0.77251,\quad \lambda_2 = 11.454,$$

$d_1 = 1$, $d_2 = 3$, 式中的不确定参数 $|\rho| \leqslant 1$. 传感器故障 $\rho = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$, $0 \leqslant a \leqslant 1$, $0 \leqslant b \leqslant 1$, 这里只考虑全阶滤波器的设计, 求解得最优 $\gamma = 1.1608$ 时的滤波器为:

$$A_F = \begin{bmatrix} 2.4272 & -1.4508 & -3.9886 \\ -4.1648 & 0.1706 & -0.6772 \\ 5.7127 & -3.4646 & -5.3515 \end{bmatrix},\quad B_F = \begin{bmatrix} -0.6267 & 0.3290 \\ -1.7251 & 0.6047 \\ -0.7417 & 0.4031 \end{bmatrix}$$

$$C_F = \begin{bmatrix} -0.8981 & 0.6160 & 0.1208 \\ 0.2853 & 0.1160 & -1.2514 \end{bmatrix},\quad D_F = \begin{bmatrix} 0.2774 & -0.0279 \\ 0.3474 & -0.1727 \end{bmatrix}$$

4 结论

对一类存在传感器故障的时变时滞离散系统, 采用 LMI方法给出了可靠 H_∞ 滤波器存在的充分条件和求取方法, 全阶和降阶的滤波器采用统一的形式给出. 文中采用的故障模型同时包含完全故障情况和部分故障情况, 具有很强的通用性和实用性.

参考文献:

[1] Gao H, Wang C. A delay-dependent approach to robust H_∞ filtering for uncertain discrete-time state-delayed systems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(6): 1631-1640.

[2] Liu J, Wang J, Yang G. Reliable guaranteed variance filtering against sensor failures [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(5): 1403-1411.

[3] Yang G, Ye D. Adaptive reliable H_∞ filtering against sensor failures [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(6): 3161-3171.

[4] Yang G, Ye D. Adaptive fault-tolerant H_∞ control via dynamic output feedback for linear systems against actuator faults [C] // Proceeding of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. San Diego: IEEE, 2006: 3524-3529.

[5] Ye D, Yang G. Adaptive reliable H_∞ control for linear time-delay systems via memory state feedback [J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(3): 713-721.

(责任编辑: 顾泉佩)