第20卷 第3期 福州大学学报(自然科学版) Vol.20 No.3
1992年 9月 Journal of Fuzhou University (Natural Science) Sep. 1992

k 故障诊断的反投影法

张志涌 杨祖樱
(自动化所) (电气系)

提 要 本文利用奇异值分解和子空间夹角提出了反投影法. 它定位模拟电路 k 故障的速度是以往其他方法的几倍到几十倍,

关键词 故障诊断; 模拟电路; 奇异值分解; 正交投影

0 引言

经典 k 故障诊断是利用检验线性方程相容性定位故障[1,2]. 在中等规模网络中, 这种方法的计算负担便无法忍受. 因为它随节点数或支路数的阶乘倍数而剧增, 见算例. 文[3]提出的逆向秩检验法, 在故障数大于 1 时, 大大减少了计算工作量, 但仍没摆脱穷试阴影. 此外, 秩作为矩阵元素的整量函数, 它对元素扰动极为敏感. 因而它的应用大受限制.

传统方法的弊病在于: 它们借用了解超定或恰定方程法去处理诊断类不定方程, 而不得不付出穷试的代价. 本文的反投影法是专门对付诊断不定方程的直接计算法, 它只涉一次矩阵分解和直接乘法, 无须穷试, 因而定位速度很快.

1 问题的提法

对无容差电路可写出如下诊断方程:

$$\begin{cases} \underset{m\times l}{\Delta U} = \underset{m\times h}{Z}\ \underset{h\times l}{J} & (1) \\ \\ \underset{h\times l}{J} = -\underset{h\times h}{\Delta Y}\ \underset{h\times m}{\tilde{Z}^t}\ \underset{m\times l}{J_s} & (2) \end{cases}$$

式中: ΔU 是电路中的 m 个可及点上的电压变化阵, 它等于故障后、前测量电压阵之差; Z、$\tilde{Z}$ 分别是故障前、后的阻抗阵, 它的列序与电路的支路(或节点)编序相同; J 是等效故障电流阵, 它是稀疏的, 其非全零行由 ΔY 中的非全零行决定; ΔY 是支路(或节点)故障后偏离标称值之差构成的阵, 它除为数不多的非零元素外, 余都是零元素; J_s 是施加至可及节点上的电流激励阵.

通常 $m \ll h$, 因此方程 (1) 是不定方程. 本文要讨论的是: 电路在满足 k 故障可诊条件[1] 下, 如何根据 ΔU, 确定 J(即 ΔY) 中非全零行的位置, 也就是 k 故障定位问题.

2 传统方法的回顾

由式(1)、(2)可得 $\Delta U = -Z\Delta Y\tilde{Z}^t J_s$

本文1991年9月16日收到

设 ΔY 的非零元为 Δy_{p_i} $(i=1, \cdots, k)$，z 和 $\tilde{z}$ 中相应的列向量为 z_{p_i}，$\tilde{z}_{p_i}$，$p_i \in \{1, \cdots, h\}$，则上式可写为

$$\Delta U = -\left(\sum_{i=1}^{k} \Delta y_{p_i} \cdot (z_{p_i} \tilde{z}_{p_i}^t)\right) J_s \tag{3}$$

由文[1]的k故障可诊条件满足知，只要J_s是满k秩那末

$$\Delta U \in \mathrm{Span}\{z_{p_1}, \cdots, z_{p_k}\}$$

定义1　凡$\mathrm{Rank}\{J_s\} = k$的激励，称为k阶充分激励.

显然，最简便的k阶充分激励是$I_m (m \geqslant l \geqslant k)$，即在$m$个可及点上依次加单位激励.

定理1　满足k故障可诊条件的电路，在k阶充分激励下，一定有

$$S_u = \mathrm{Span}\{z_{p_1}, \cdots, z_{p_k}\}$$

该定理的证明是直接的．据此，k 故障定位问题可归结为检查如下一组子诊断方程的一致性，

$$\Delta U = Z_k^i J_k^i \qquad i = 1, \cdots, \binom{h}{k} \tag{4}$$

这也就是传统方法故障定位的出发点.

定理2　式(4)相容的充要条件，有以下四种等价叙述:

(1) ΔU的列向量都可以由Z_k^i的列向量线性组合而成.

(2) ΔU的列向量都在Z_k^i列向量所张的空间内，即$S_u \subseteq \mathrm{Span}\{z_{p_1}, \cdots, z_{p_k}\}$.

(3) $\mathrm{Rank}\left\{\Delta U \ Z_k^i\right\} = \mathrm{Rank}\left\{Z_k^i\right\}$.

(4) ΔU在$\mathrm{Span}\{z_{p_1}, \cdots, z_{p_k}\}$正交补空间中的投影为0，即

$$\vec{P}_k^i \Delta U = 0, \qquad \vec{P}_k^i = I_k - Z_k^i \left[(Z_k^i)^t Z_k^i \right]^{-1} (Z_k^i)^t$$

这四个等价条件被各种文献(如文[1、2])广泛运用．然而，这些等价条件都是在定解恰定方程和超定方程引出的，并非是专为解式(1)不定方程而推导出，所以当使用这些等价条件时，需逐个尝试，十分费时．于是文[3]依据定理1引出了逆向秩检验法，即检查$\mathrm{Rank}\{\Delta U \ Z_j\} = k$是否满足，若满足者就是故障位置所在．这样做，即便在多故障情况下，整个定位过程也只需要 h 次秩试验计算，因而使定位速度加快．

综上所述，传统方法都没摆脱或彻底摆脱逐个尝试的麻烦.

3 反投影法的理论基础

反投影法最早是本文作者在研究相关性中提出[4]，利用正交投影和秩来说明的. 本节将进一步从向量一子空间夹角阐述.

定义 2　设 $U_u \in R^{m \times k}$ 的列向量是 R^m 的 k 维子空间 S_u 的正交规范基，向量 $\mathrm{x}_j \in R^m$，且 $\mathrm{x}_j = z_j / \|z_j\|$；又设 $U_u^t \mathrm{x}_j = q \cdot \sigma_j$，$\|q\| = 1$，$1 \geqslant \sigma \geqslant 0$，则向量 z_j 与 S_u 的夹角 θ_j

为

$$\theta_j = \arg\{\sigma_j = \cos\theta_j\} \tag{5}$$

该定义取自文献[5]. 它有以下性质:

(1) 对于任给的$z_j \in R^m$，总有 $0 \leqslant \theta_j \leqslant 90°$

(2) $\cos\theta_j = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_j = 90° \quad$ 即 $\quad z_j \perp S_u$

(3) $\cos\theta_j = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta_j = 0° \quad$ 即 $\quad z_j \subseteq S_u$

根据定理1、定义2及性质3，可以直接写出实现k故障定位的定理3.

定理 3 满足 k 故障可诊条件的电路，在 l 次充分激励下，该电路的故障数一定等于 ΔU 的非零奇异值数目，该电路的故障位置由满足 $\cos\theta_j = 1$ 的全部 z_j 确定.

证明 由定理1知，ΔU一定如下奇异值分解

$$\Delta U = [U_u \ \ \overline{U}_u]\begin{bmatrix} \Sigma_u & \\ & \overline{\Sigma}_u \end{bmatrix} V_u^t$$

$$\Sigma_u = \mathrm{diag}\left(\sigma_1^u \cdots \sigma_k^u\right), \quad \sigma_1^u \geqslant \cdots \geqslant \sigma_k^u > 0$$

$$\overline{\Sigma}_u = O_{(m-k)\times(l-k)}$$

又由定理 1 和性质 3 可知，对应 k 故障的列向量 $z_{p_1} \cdots z_{p_k}$ 一定在 $S_u = \mathrm{Span}_{col}\{U_u\}$ 中，因而这些向量与 S_u 夹角一定为零.

4 反投影法计算步骤

本步骤以故障诊断方程是支路方程的情况给出，即式(1)中的$h = b$，b是电路支路数.

(1) 对所给诊断电路施尽可能多的 l 次单位独立激励，得 $(\Delta U)_{m\times l}$.

(2) 计算ΔU的奇异值分解

$$\Delta U = [U_u \ \ \overline{U}_u]\begin{bmatrix} \sigma_1^u & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_l^u \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ & 0 & \end{bmatrix} V_u^t$$

在此 U_u 对应的奇异值$\left\{\sigma_1^u \cdots \sigma_k^u\right\}$ 都大于奇异值零阈值 $tol = (m \cdot l) \cdot eps$，$eps$ 是机器零. 而$\left\{\sigma_{k+1}^u \cdots \sigma_l^u\right\}$ 小于 tol. 假若没有小于 tol 的奇异值存在，建议 l 增大，以免漏诊.

(3) 对$Z = [z_1 \cdots z_b]$的列进行规范化计算得

$$X = [x_1 \cdots x_b]; \quad x_j = z_j / \sqrt{z_j^t z_j}, \quad j = 1, \ \cdots, \ h$$

(4) 计算X对S_u的投影$\Omega = U_u^t X$，记$\Omega = [\omega_1 \cdots \omega_b]$.

(5) 计算 Ω 中列向量的长度平方，即 $\cos^2\theta_j$，记为 $\rho=[\rho_1\cdots\rho_b]$，$\rho_j=\omega_j^t\omega_j$，$j=1$，…，$h$

(6) 取ρ中值最大的k个，即

$$\{\rho_{p_1},\ \cdots,\ \rho_{p_k}\}>\{\rho_j|j=1,\ \cdots,\ b,\ j\neq p_1,\ \cdots,\ p_k\}$$

$\{p_1,\ \cdots,\ p_k\}$ 即是故障支路号．在此需要说明，之所以不是取等于 1 来判断，是考虑到数值计算中机器零非理论零的因素．

5 算例

仿真用典型的网格电路，见图 1. 节点{1,3,6,7}可及，并在其上依次施加单位激励.

仿真利用 MATLAB 软件在 CPU 为 8088 的 PC 机上进行. 表 1 中列出了三种典型算法的计算次数和时间的比较.

表 1 中的传统法是指运用定理 2 构成的[1,2]．由比较可知，反投影法速度最快. 在双故障定位中，它比现有的任何一种方法都快几倍到几十倍.

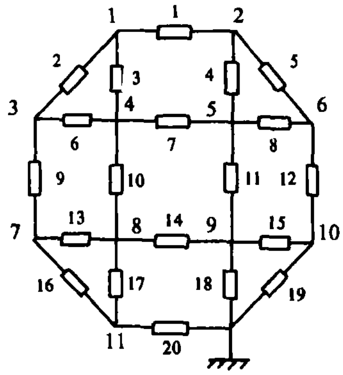

图 1　仿真用网格

表 1　三种不同故障定位法的定位速度比较

故障支路号	14		7	14	2 7 14	
相对故障值	-50%		100%	-50%	100% 100% -50%	
比较项目	seconds	flops	seconds	flops	seconds	flops
传统法	7.03	1598	70.36	30628	509.38	282860
逆向秩检验法	8.19	2203	9.28	7457	10.65	12109
反投影法	3.02	1158	3.68	1066	3.74	1403

6 结论

反投影法是依赖奇异值分解与空间夹角概念建立的. 它们都具有稳定可靠地定量连续描写向量一空间几何关系的能力. 因此，这种方法稍经修改便可用于容差电路的故障定位. 经验和理论都表明，利用非正交变换定秩法去诊断故障是不可靠的，数值上极为敏感，建议尽量不用. 反投影法和传统法一样，在容差较小(如 1%～2%)，故障较大时，即使不加任何修改，都会有良好的定位表现，而若使用非正交变换定秩法，则定位几乎无法进行.

参考文献

1 Huang Z F, Lin C S and Lin R W. Node-fault diagnosis and a design of testability, IEEE Trans., 1983, CAS30(5): 257～264

2 Biernacki R M, Bandler J W. Multiple-fault location of analog circuits, IEEE Trans, 1981, CAS28(5): 361～367

3 吴耀. 快速k故障诊断法及可诊断软故障的字典法. 见: 中国电子学会电路与系统学会, 中国电子学会电路与系统年会论文集. 深圳: 出版社不详, 1987, (1): 9.5～9.12

4 Zhang Z Y, Yang Z Y. Correlativities and determination of candidates for k-fault, Report zzy-6-90, E E Dept, Eindhoven Univ of Tech, The Netherlands, 1990

5 Golub G, Van loan C. Matrix computations, Jonhs Hopkins Univ Press, 1983

Inverse Projection for Diagnosis of k-faults

Zhang Zhiyong

(Institute of Automation)

Yang Zuying

(Department of Electrical Engineering)

Abstract By using the singular value decomposition and the angles between subspaces, this paper proposes a novel algorithm, Inverse Projection , which can locate k-faults in analog circuits several or several tens of times as fast as the other previously published ones.

Keywoords fault diagnosis; analog circuits; singular value decomposition; orthogonal projection