

新型场致发射阴极区电场的数值分析

李旦振 俞康 高怀蓉
(物理系)

提 要 本文采用有限元法对新型场致发射阴极的电场强度进行数值分析. 计算结果表明: 钨尖电场随着钨尖半径 R_0 的增大而减小, 阳极的几何位置和阳极电压对场强的影响不大, 介质的存在对场强稍有影响. 场域剖分的是否合适对结果有一定的影响.

关键词 有限元法; 场致发射阴极; 电场

0 引言

场致发射阴极是利用 Schottky 效应, 将指向导体表面的强电场作用于导体表面, 使其表面势垒降低并减薄, 从而导致电子发射的阴极⁽¹⁾. 这种阴极发射电流密度可达到 10^9A/cm^2 以上, 是热阴极无法比拟的. 特别是在电子发射上, 它几乎不消耗功率⁽²⁾. 因此, 场致发射阴极是研制真空微电子器件的一种非常理想的电子源. 它作为真空微电子器件的心脏, 性能好坏直接影响器件的优劣.

然而要计算钨尖的场发射电流和电子运动的轨迹, 离不开电场分布的计算. 由于具体问题中的复杂的电极形状和边界, 绝大多数情况下的电场分布都不能用解析方法严格计算, 其解也不能用初等函数表示为有限形式. 本工作用有限元法对场致发射阴极的钨尖电场进行计算机数值分析, 求出钨尖电场强度与场致发射阴极的几何尺寸、电磁参数间的关系, 以挑选最佳设计参数, 为进一步研制真空微电子器件提供理论依据.

1 计算模型

新型场致发射阴极由许多发射单元组成, 而每一个单元又由尖端阴极和一个平板门极组成. 图 1 和图 2 是一个单元的结构图.

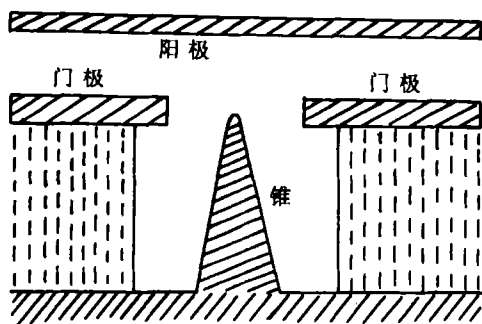


图 1 场域发射单元

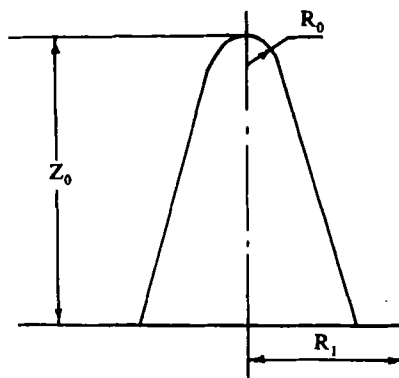


图 2 阴极锥

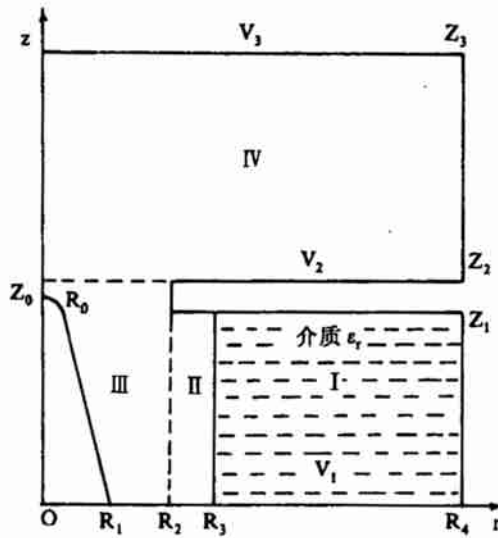


图 3 场域剖分和发射单元边界

1.1 边界条件

单元的边界如图 3 所示. V_1 、 V_2 和 V_3 分别是阴极、门极和阳极的电势. 因为电场的对称性和周期性, 所以在两个单元的交界面 (R_4z_1 和 z_2z_3) 上, 电势导数 $\partial v / \partial n$ 为零, 其中 n 代表边界的外法线. 在介质表面

$$v_1 = v_2, \quad \partial v_1 / \partial n = -\epsilon_r \cdot \partial v_2 / \partial n$$

1.2 轴对称场的有限元方程

轴对称场是一种二维场, 电势函数 v 满足下列的 Laplace 方程⁽³⁾

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = 0 \tag{1}$$

利用三节点三角元的场域剖分, 可得轴对称场中的单元系数矩阵

$$\begin{aligned}
 [K]_e &= \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e & K_{im}^e \\ K_{ji}^e & K_{jj}^e & K_{jm}^e \\ K_{mi}^e & K_{mj}^e & K_{mm}^e \end{bmatrix} \\
 &= \frac{2\pi\epsilon}{12\Delta} \cdot (r_i + r_j + r_m) \begin{bmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_m + c_i c_m \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_m + c_j c_m \\ b_m b_i + c_m c_i & b_m b_j + c_m c_j & b_m^2 + c_m^2 \end{bmatrix} \tag{2}
 \end{aligned}$$

将 $[K]_e$ 扩展成适用于整体场域中的形式, 写成矩阵形式, 有

$$[K] \cdot [\varphi] = 0 \tag{3}$$

上式便是齐次自然边界条件下轴对称场中的拉氏方程的有限元方程. 式(2)中:

$$\begin{cases} b_i = z_j - z_m & b_j = z_m - z_i & b_m = z_i - z_j \\ c_i = r_m - r_j & c_j = r_i - r_m & c_m = r_j - r_i \\ \Delta = \frac{1}{2}(b_i c_i - b_j c_j) \end{cases}$$

式中: Δ 表示该三角元的面积.

1.3 电场强度的计算

电场强度沿 r 方向及 z 方向的分量

$$\begin{cases} E_r = -\frac{1}{2\Delta}(b_i \varphi_i + b_j \varphi_j + b_m \varphi_m) \\ E_z = -\frac{1}{2\Delta}(c_i \varphi_i + c_j \varphi_j + c_m \varphi_m) \end{cases} \quad (4)$$

式中: φ_i 、 φ_j 、 φ_m 为三角元各顶点的电位值. (4)式表明, 在每一个单元中各点的 E_r 和 E_z 分别相等; 但对位于单元边界上的节点一般与相邻几个单元发生联系. 因而, 必须将有关单元的场强分别总和, 然后取其算术平均值, 即

$$\begin{cases} E_r = \sum_{i=1}^n E_{r_i} / n \\ E_z = \sum_{i=1}^n E_{z_i} / n \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中的 n 系指与指定节点相关的单元数.

1.4 场域的剖分

有限元法建立在场域剖分的基础上, 所以场域剖分在有限元法中占有很重要的地位. 场域剖分得是否合适, 对计算机容量要求、运算时间和数值解精度都有很大的影响.

针对场致发射阴极的场域特点, 把场域剖成如图 3 所示的四个部份, 然后输入生成线的起点和终点坐标及生成线段数, 即可自动生成各部份节点坐标, 单元编号, 最后把四个部份排列成一完整的输入原始数据.

研究场致发射阴极的电场分布主要研究其锥尖附近的电场强度. 所以在场域剖分中, 尖端部份剖分较密处三角元的线度达 $0.125R_0$ ($R_0 = 0.1\mu\text{m}$), 而对次要的 I、II 区域为 $0.25R_0$, 对 IV 区在 $0.25R_0$ 以上, 如此剖分, 可以突出重点, 减少节点总数, 减小计算机内存占有量, 并且可以提高计算速度和精度.

2 计算结果

在福州大学计算中心的 VAX-11/8350 大型计算机上采用有限元法对场致发射阴极进行数值分析; 取得一些有意义的结果.

(1) 典型数据结果

计算中, 长度和电势单位分别为微米 (μm) 和伏特 (V). 对于 Spindt 器件^[1], 在一种典型情况下, 图 3 中的 Z_0 , Z_1 , Z_2 和 Z_3 分别为 1.4, 1.2, 1.7 和 15; R_0 , R_1 , R_2 , R_3 和 R_4 分别为 0.05(0.10), 0.60, 0.65, 0.75 和 6.5; V_1 , V_2 和 V_3 分别为 0, 250 和 258;

ϵ_r 为3.4.

表1为典型数据的计算结果. 由表1看出, 锥顶处电场最强, 别处电场较弱, 特别是门极和阳极间的电场很弱.

(2) 锥顶曲率半径 R_0 对电场的影响

在其他几何尺寸和电磁参数不变时, 改变锥顶曲率半径 R_0 , 得到表1的结果. 由表1可以看出, 锥顶曲率半径 R_0 对锥顶处的电场有很大的影响, R_0 越小, 即锥顶越尖, 则锥顶电场强度越强, 而对别处, 特别是介质和阳极几乎无影响.

表1 锥顶曲率半径 R_0 对电场强度 E 的影响

位置		$R_0 = 0.05\mu\text{m}$	$R_0 = 0.10\mu\text{m}$	$R_0 = 0.15\mu\text{m}$	$R_0 = 0.20\mu\text{m}$
		$E \times 10^7 / \text{V} \cdot \text{cm}^{-1}$			
圆锥	顶	3.554	3.058	2.833	2.706
	侧	0.6009	0.5980	0.5982	0.5995
	底	0.03663	0.03481	0.03211	0.03028
介质		0.2083	0.2083	0.2083	0.2083
门极	底	0.4661	0.4882	0.5136	0.5388
	顶	0.01403	0.01605	0.01775	0.01909
阳极		0.00078	0.00078	0.00078	0.00078

(3) 阳极位置 Z_3 和阳极电势 V_3 对电场的影响

以典型的锥顶曲率半径 $R_0 = 0.10\mu\text{m}$ 为例, 通过改变阳极位置 Z_3 和电势 V_3 分别得到表2和表3.

表2 阳极位置 z_3 对电场强度 E 的影响

位置		$z_3 = 10.0\mu\text{m}$	$z_3 = 13.0\mu\text{m}$	$z_3 = 15.0\mu\text{m}$	$z_3 = 20.0\mu\text{m}$
		$E \times 10^7 / \text{V} \cdot \text{cm}^{-1}$			
圆锥	顶	3.0584	3.0579	3.0577	3.0574
	侧	0.5980	0.5980	0.5980	0.5980
	底	0.03481	0.03481	0.03481	0.03481
介质		0.2083	0.2083	0.2083	0.2083
门极	底	0.4882	0.4882	0.4882	0.4882
	顶	0.01559	0.01591	0.01605	0.1630
阳极		0.00107	0.00086	0.00078	0.00068

由表2、表3可见, 大幅度改变阳极位置 z_3 和阳极电压 V_3 , 对门极和阴极间的电场几乎没有影响, 对锥顶的影响也很小. 说明门极的屏蔽作用是很强的.

(4) 介质 ϵ_r 对电场的影响

相对于典型的锥顶半径 $R_0 = 0.1\mu\text{m}$, 通过改变介质的相对介电常数, 得到表4的计算结果. 由表4可知, 介质的改变对场强稍有影响.

表3 电势 V_3 对电场强度 E 的影响

位置		$V_3 = 100V$	$V_3 = 258V$	$V_3 = 300V$
		$E \times 10^7 / V \cdot cm^{-1}$		
圆锥	顶	3.0415	3.0577	3.0621
	侧	0.5980	0.5980	0.5980
	底	0.03481	0.03481	0.03481
介质		0.2083	0.2083	0.2083
门极	底	0.4881	0.4882	0.4882
	顶	0.02862	0.01605	0.01284
阳极		0.01116	0.00078	0.00395

表4 介质 ϵ_r 对电场强度 E 的影响

位置		$\epsilon_r = 1.0$	$\epsilon_r = 3.4$	$\epsilon_r = 10.0$
		$E \times 10^7 / V \cdot cm^{-1}$		
圆锥	顶	3.0452	3.0577	3.0633
	侧	0.5358	0.5980	0.6263
	底	0.02442	0.03481	0.03995
介质		0.2083	0.2083	0.2084
门极	底	0.5427	0.4882	0.4646
	顶	0.01625	0.01605	0.01597
阳极		0.00078	0.00078	0.00078

表5 场域网格剖分长度对电场强度 E 的影响

位置		网格长度		
		$0.5R_0$	$0.25R_0$	$0.125R_0$
		$E \times 10^7 / V \cdot cm^{-1}$		
圆锥	顶	1.828	2.348	3.058
	侧	0.5556	0.5760	0.5980
	底	0.04946	0.04011	0.03481
介质		0.2083	0.2083	0.2083
门极	底	0.3169	0.4523	0.4882
	顶	0.0227	0.0204	0.01605
阳极		0.0017	0.00073	0.00078

(5) 场域网格剖分粗细对电场的影响

由于有限元法计算误差主要来自场域网格剖分产生的近似, 为了减少误差, 可以对场域感兴趣或场强变化剧烈的地方进行逐次细分. 表5列出了尖锥附近以 $0.5R_0$ 、 $0.25R_0$ 和 $0.125R_0$ 为网格长度计算得出电场强度的结果. 由表5可知, 场域剖分是否合适对结果有较大的影响. 特别是尖端附近的场强有较大的变化. 一般说来, 应对场强变化剧烈的场域进行

逐次细分, 直到满足工程计算的精度为止, 当然, 还要受制于所用的计算机的速度和内存.

3 结论

采用有限元法对新型场致发射阴极区电场进行计算, 得到以下几点重要结论:

(1) 场致发射阴极的钨尖处电场强度最强, 别处的电场强度较弱.

(2) 锥顶曲率半径 R_0 对电场强度影响很大. 半径 R_0 越小, 锥顶电场越大; 反之, 半径 R_0 越大, 锥顶电场越小.

(3) 改变阳极的几何位置和电位对门极和阴极间的电场几乎没有影响, 这说明门极的屏蔽作用较强.

(4) 介质的存在对场强影响不大.

(5) 场域剖分是否合适是计算误差的主要来源.

本研究得到校计算中心的大力支持和配合, 特此致谢.

参考文献

- 1 Spindt C A, Brodie I, Humphrey L, et al. Physical properties of thin-film field emission cathodes with molybdenum cones. *J Appl Phys*, 1976, 47(12): 5248~5263
- 2 罗恩泽主编, 第三届全国场致发射学术讨论会论文集, 西安: 西安电子科技大学, 1990. 52
- 3 盛剑霓, 电磁场数值分析, 北京: 科学出版社, 1984. 87

Numerical Analysis of a New Type Field Emission Cathodes by the Finite Elements Method

Li Danzhen Yu Kang Gao Huairong

(Department of Physics)

Abstract The present paper gives a numerical analysis for the electric field of a new type field emission cathodes by the finite elements method. The computational results shows that the large the radius R of the tip of the molybdenum cathode is, the smaller the value of the field intensity there. The field intensity weadly depends on the existance of the medium, the geometric position of the anode and the voltage of the anode. Whether the partition for the field is appropriate will certainly affect the results.

Keywords finite elements method; field emission cathode; electric field